



# Aspettando il Natale

tra scienza e arte e musica



Giorgio Turchetti Giuseppe Sfigliotti

Giovedì 11 dicembre ore 18



Circolo la Fenice



Matematica e Fisica

intreccio con

MUSICA e ARTE

# La fisica del suono

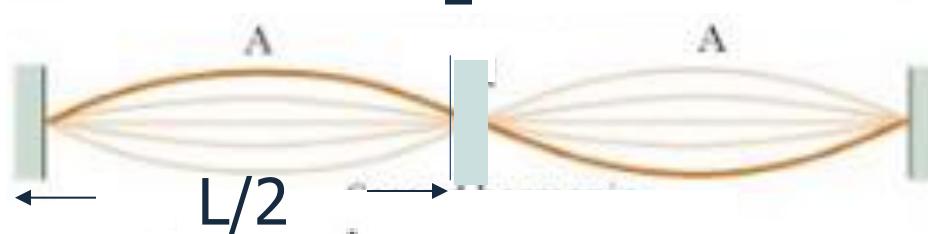
Il suono consiste in onde di densità che si propagano nell'aria. Una corda tesa lunga  $L$  produce una vibrazione che si propaga con velocità  $v$  e con una frequenza  $\nu$ . Se  $F$  è la tensione del filo, ossia la forza con cui viene teso,  $\rho$  la sua densità si ha

$$v = \nu / \lambda \quad \lambda = 2L \quad v = \sqrt{F/\rho}$$

Più corta è la coda più acuto è il suono. La velocità cresce con la tensione e cala con la densità



$$\lambda = 2L \quad v = v/L \quad 1/2 \text{ do}$$



$$\lambda = L \quad v = v/L \quad \text{do}_2$$



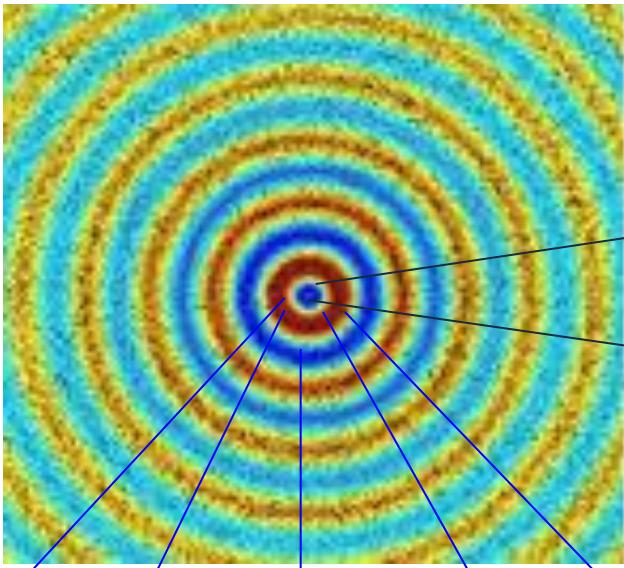
$$\lambda = 4/3 L \quad v = v/L \quad 3/4 \text{ sol}$$

# Propagazione del suono

Un suono è definito da **frequenza  $\nu$** , **intensità  $A$** , **durata** e **timbro**

Le onde sonore si propagano come le onde luminose. Se la frequenza è alta la lunghezza d'onda è piccola piccola e il suono si propaga come i raggi luminosi

onde sonore



sorgente sonora

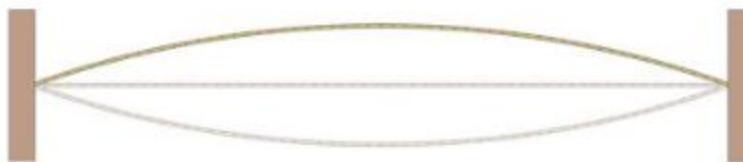
onde sonore



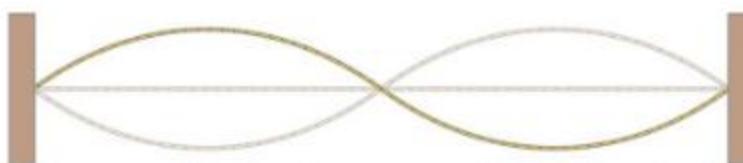
Raggi sonori

# Le frequenze armoniche

Una corda di una data lunghezza  $L$  fissa agli estremi vibra con una frequenza fondamentale  $\nu_1 = v/(2L)$  ma può vibrare con frequenze multiple della fondamentale  $\nu_2 = 2v, \nu_3 = 3v, \dots$



Fondamentale  $\nu_1 = v/2L$



Prima armonica  $\nu_2 = 2 \nu_1 = v/L$



Terza armonica  $\nu_3 = 3 \nu_1 = 3v/2L$

# Vibrazioni sonore

Corrispondono a oscillazioni nello spazio e nel tempo. Indicando con  $u(x,t)$  lo spostamento della corda ad una data posizione  $x$  e tampo che è fissata a due estremi  $x=0$  e  $x=L$  la rappresentazione matematica è data

$$u(x,t) = \sum_n A_n \sin(2\pi n x/\lambda) \sin(2\pi n vt)$$

$$\lambda = 2L \quad v = v/\lambda = v/(2L)$$

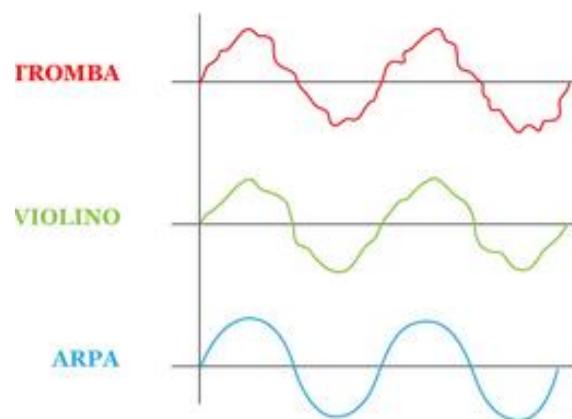
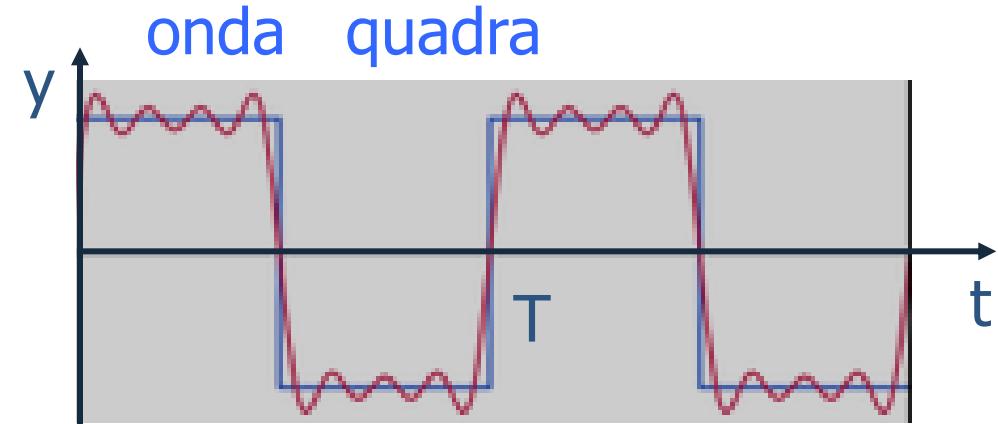
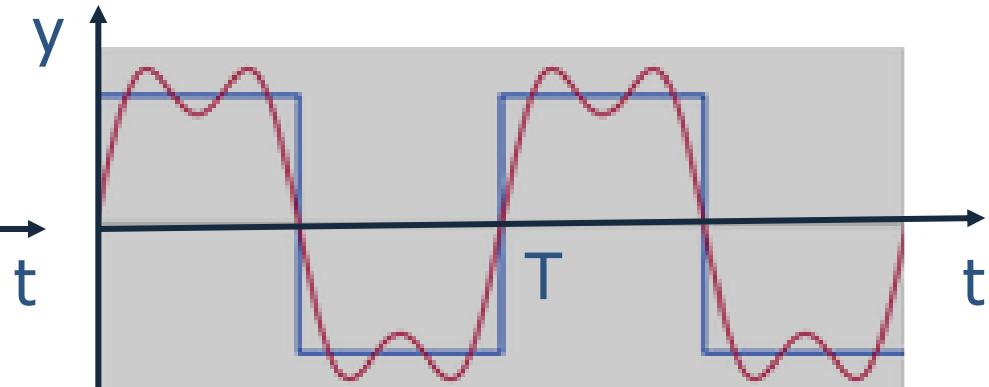
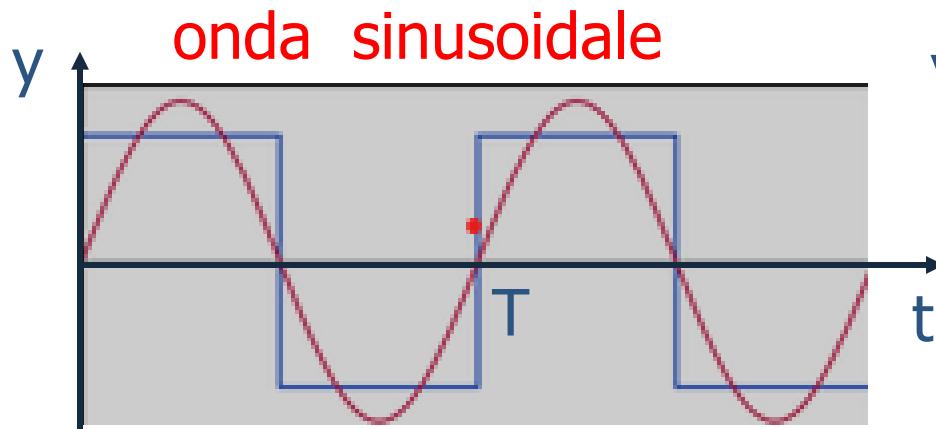
Se fissiamo  $x$  o se fissiamo  $t$  abbiamo identici andamenti nello spazio e nel tempo. Le armoniche ci consentono di avere un sgnale periodico di forma arbitraria.

Le vibrazioni si propagano nell'aria giungendo al nostro orecchie che percepisce l'andamento temporale delle onde di pressione.

Ogni suono ha **durata finita** causato dai meccanismi di **dissipazione** della energia

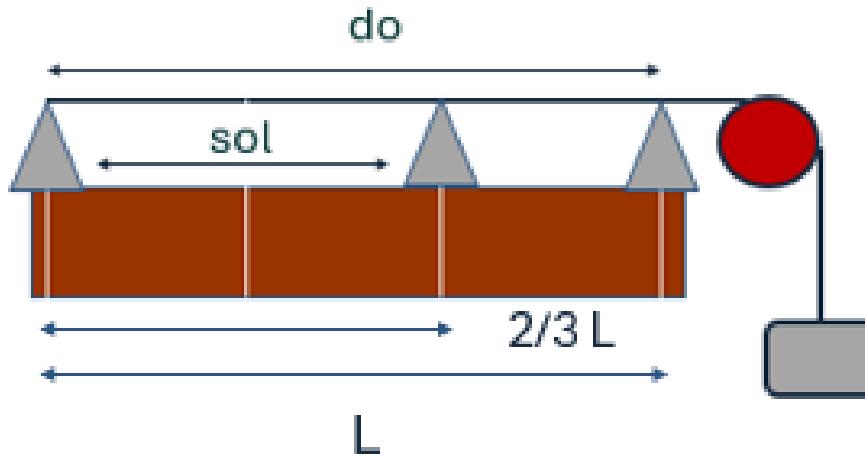
# Forme d'onda e timbro

Una corda lunga  $L$  può vibrare con frequenze  $\nu_n = n \nu_1$  multiple della fondamentale. In ogni punto le vibrazioni con le diverse frequenze si sovrappongono. In questo modo il profilo temporale ha forme diverse che danno il timbro. Ogni strumento ha il suo.



# Scala pitagorica (VI a.C.)

Pitagora scoprì che l'acutezza (frequenza) di un suono è inversamente proporzionale alla lunghezza della corda. Riducendo a 2/3 la lunghezza della corda otteneva due suoni armoniosi



Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do <sub>2</sub>
$v_1/v_1$	$v_2/v_1$	$v_3/v_1$	$v_4/v_1$	$v_5/v_1$	$v_6/v_1$	$v_7/v_1$	$v_8/v_1$
1	$9/8$	$81/64$	$4/3$	$3/2$	$27/16$	$243/128$	2
1	$3^2/2^3$	$3^4/2^6$	$2^2/3$	$3/2$	$3^3/2^4$	$3^5/2^7$	2

# Scala temperata o naturale (Zarlino XVI d.C.)

Nella scala di **Pitagora** alcune note hanno una frequenza rispetto al Do non espressa da rapporti semplici **Zarlino** nel 1558 propose una scala naturale o temperata con rapporti semplici per Mi, La, Si

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do <sub>2</sub>
$v_1/v_1$	$v_2/v_1$	$v_3/v_1$	$v_4/v_1$	$v_5/v_1$	$v_6/v_1$	$v_7/v_1$	$v_8/v_1$
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
1	1.125	1.25	1.3333	1.5	1.6666	1.875	2

Pitagora



1     $\frac{9}{8}$      $\frac{81}{64}$      $\frac{4}{3}$      $\frac{3}{2}$      $\frac{27}{16}$      $\frac{243}{128}$     2

Zarlino

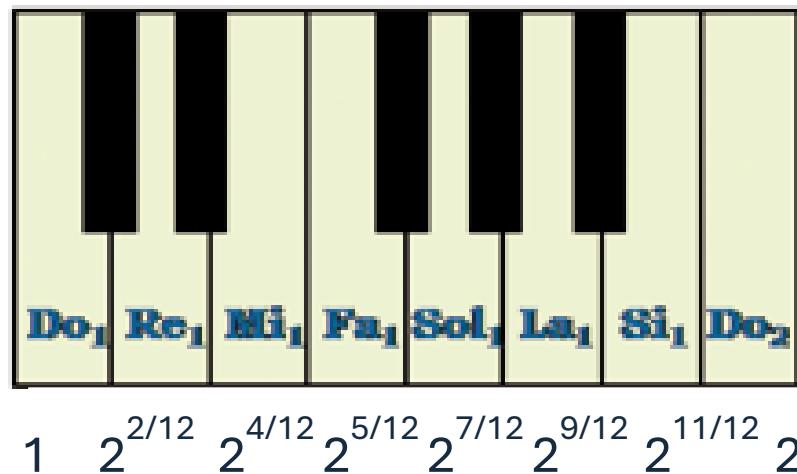


1     $\frac{9}{8}$      $\frac{5}{4}$      $\frac{4}{3}$      $\frac{3}{2}$      $\frac{5}{3}$      $\frac{15}{8}$     2

# Temperamento equabile (Aristosseno IV a.C. a.C. Bach XVIII d.C.)

Una ottava viene divisa in 12 parti con le frazioni  $2^{k/12}$  con  $k=1, \dots, 12$ . Il rapporto delle frequenze delle note rispetto al **do** sono ottenute con  $k=2, 4, 5, 7, 9, 11$ . Per  $k=12$  troviamo il secondo **do<sub>2</sub>**

do	re	mi	fa	sol	la	si	do <sub>2</sub>
$v_1/v_1$	$v_2/v_1$	$v_3/v_1$	$v_4/v_1$	$v_5/v_1$	$v_6/v_1$	$v_7/v_1$	$v_8/v_1$
1	$2^{2/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{7/12}$	$2^{9/12}$	$2^{11/12}$	2
1	1,122462	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2



# Confronto tra le tre scale

Nella tabella si riportano i valori delle frequenze delle note di una ottava rispetto Do do nelle varie scale

	do	re	mi	fa	sol	la	si	do <sub>2</sub>
k	1	2	3	4	5	6	7	8
$v_k/v_1$ equabile	1	1,122462	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2
$v_k/v_1$ Zarlino	1	1.125	1.25	1.33333	1.5	1.6666	1.875	2
$v_k/v_1$ Pitagora	1	1.125	1.2656	1.33333	1.5	1.6875	1.89844	2

Le frequenze delle varie note in una ottava nelle diverse scale differiscono per meno di 1%

# Rapporto tra frequenze nelle tre scale scale

Il rapporto tra le frequenze corrispondenti alle 8 note di una ottave cambia leggermente tra a scala di Piatgora e quella naturale

	$v_2/v_1$	$v_3/v_2$	$v_4/v_3$	$v_5/v_4$	$v_6/v_5$	$v_7/v_6$	$v_8/v_7$
Pitagora	9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243
Zarlino	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15
Scala equabile	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/12}$	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/12}$

Rapporti tra le frequenze di una nota e la precedente

Pitagora 2  $9/8 = 1.125$   $256/243 = 1.05435$

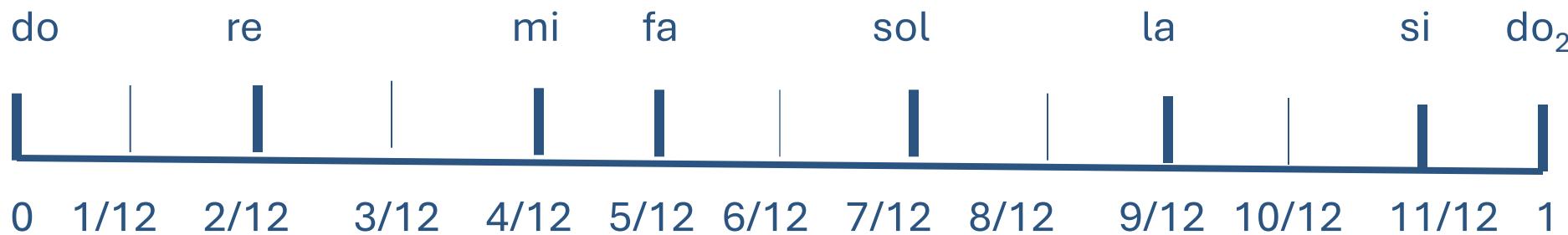
Naturale 3  $9/8 = 1.125, 10/9 = 1.1111, 16/15 = 1.06666$

Equabile 2  $2^{1/6} = 1.12246$   $2^{1/12} = 1.05946$

# Scala logaritmica

Si passa da una nota all'altra in una ottava moltiplicando per un numero vicino a 1 che aumenta di frequenza fino al raddoppio. Le frequenze udibili vanno da 20 Hz a 20 000 Hz un fattore  $1000 \sim 2^{10}$  che corrisponde a 10 ottave. In scala logaritmica si passa da una frequenza all'altra in una ottava sommando un  $1/12$  o  $1/6$  ( $\log_2 2^{1/12} = 1/12$        $\log_2 2^{1/6} = 1/6$ )

Un **pianoforte** standard ha 7 ottave



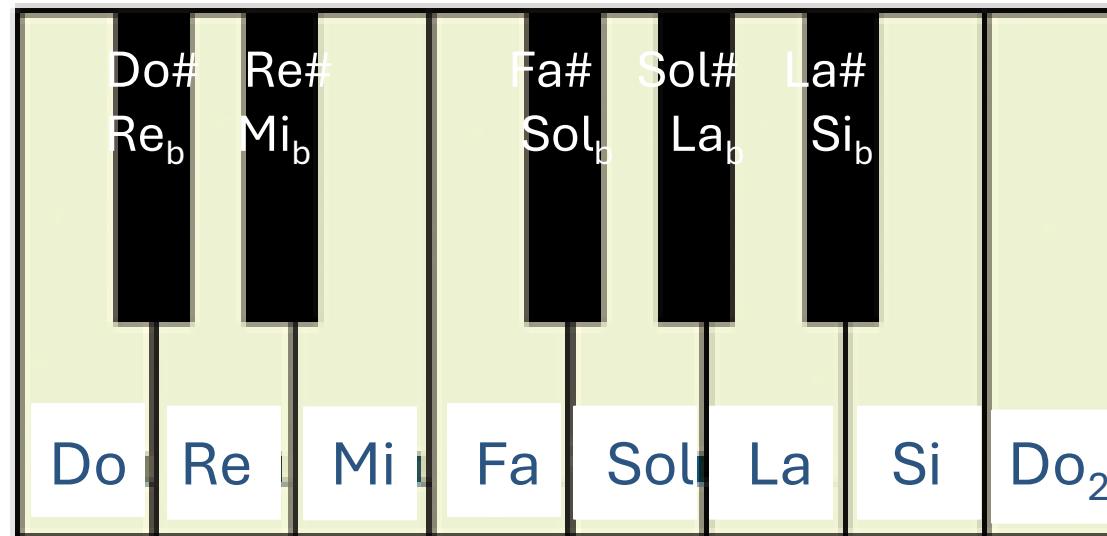
logaritmo in base 2 del rapporto tra la frequenza della note e quella di partenza il do. La spaziture è 1/6 tranne che per mi-fa e si-do<sub>2</sub>

# Semitoni e toni

Nella scala equabile salire o scendere di un semitono significa salire o scendere di  $1/12$  in scala logaritmica della frequenza

Così il Si sale di un semitono rispetto al Do mentre il Do scende di un semitono rispetto al si. La salita di un semitono si indica con # (diesis) la discesa con b (bemolle). La salita di un tono con ## la discesa di un tono con bb. Infine #b e #b non alterano la nota.

Due tasti consecutivi separati da un semitono: bianco-nero o nero-bianco. Mi-Fa e Si-Do<sub>2</sub> bianchi separati da un semitono



# La simmetria

Il termine che risale ai greci è esprime proporzione ed armonia.

Definizione: un sistema è simmetrico rispetto ad una data trasformazione continua o discreta se dopo averla applicata risulta indistinguibile.

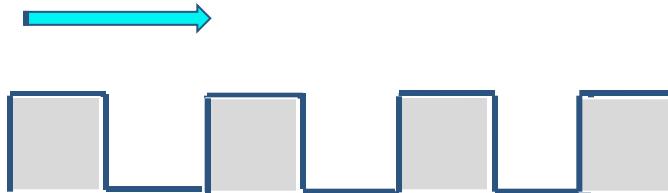
Tralsazione

Rotazione

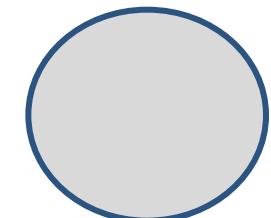
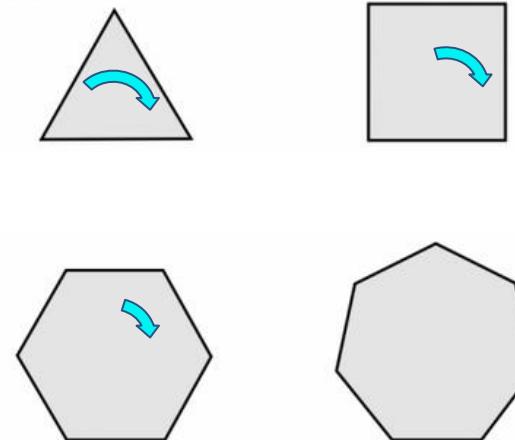
discreta

discreta

continua



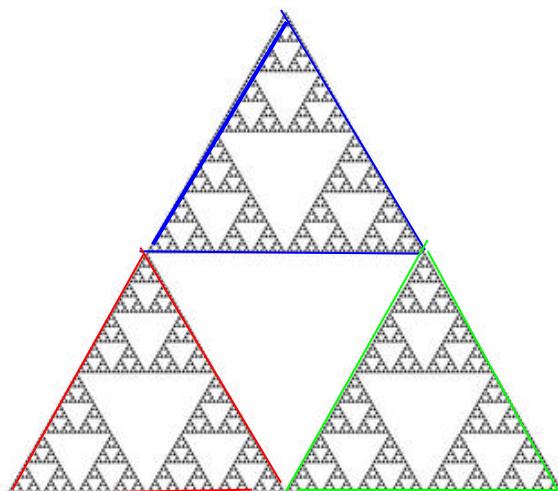
continua



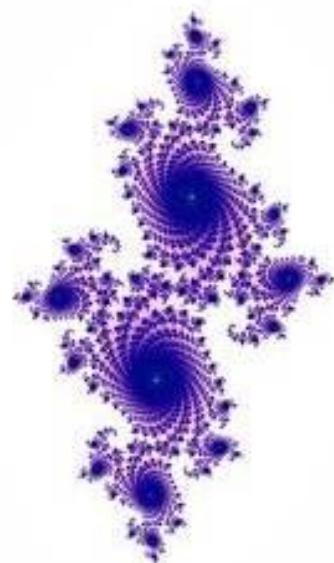
# Simmetrie di scala

La invarianza di scala conduce a strutture geometriche complesse di dimensione non intera note anche come frattali.

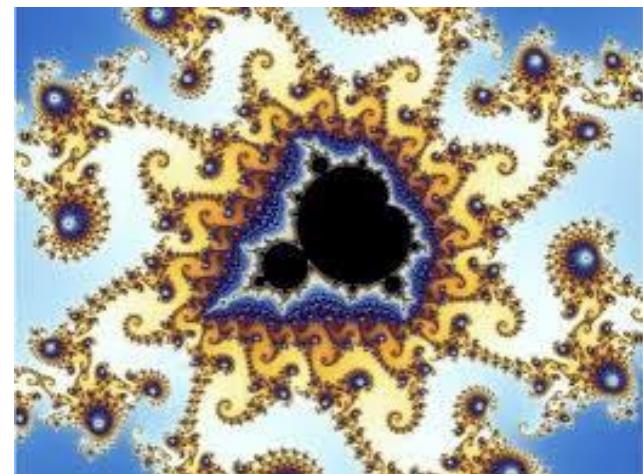
Semplici algoritmi iteativi consentono di generare insiemi tali che ingrandendo una porzione si riottiene l'insieme intero



Sierpinsky set



Julia set



Mandelbrot set

# Simmetrie in fisica



Alle simmetrie continue corrispondono leggi di conservazione **Emily Nother**

1) Traslazione lungo un asse  $\rightarrow$  conservazione velocità sull'asse

Forza peso sulla terra verticale, potenziale dipende dall'altezza  $V(z)$   
invarianza per traslazione orizzontale  $x \rightarrow x + \alpha \rightarrow v_x$  costante

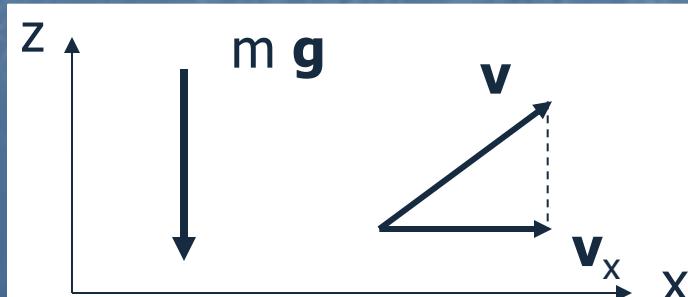
2) Invarianza per rotazione  $\rightarrow$  conservazione momento angolare

Forza gravità del sole potenziale  $V = -G m / r$  invariante per rotazione  
 $\rightarrow$  orbite piane

3) Se il potenziale è invariante per traslazione nel **tempo**  $\rightarrow$

la energia del sistema rimane costante

Da 2 e 3 + altra simmetria per  $V = -\alpha / r$   
seguono leggi di Keplero



# Simmetrie nell'arte e nella musica

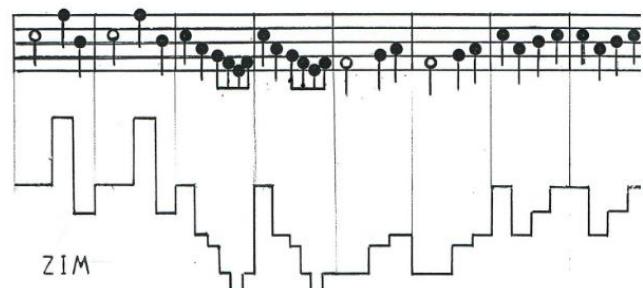
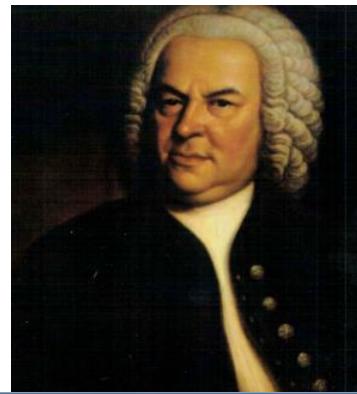
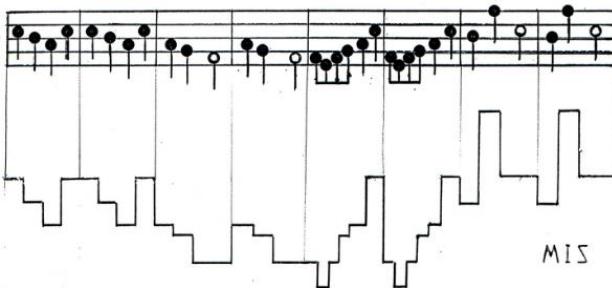
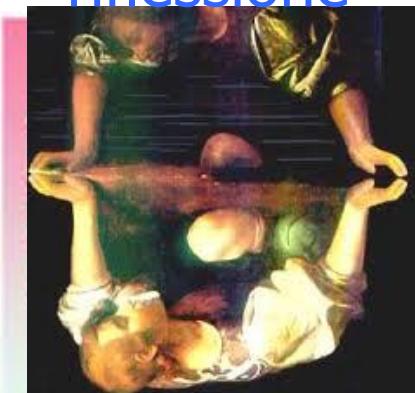
Le simmetrie giocano un ruolo importante non solo nella fisica, ma anche nella architettura e nella musica.

Tipiche simmetrie sono quelle per traslazione e rotazione continue o discrete.

rotazioni discrete



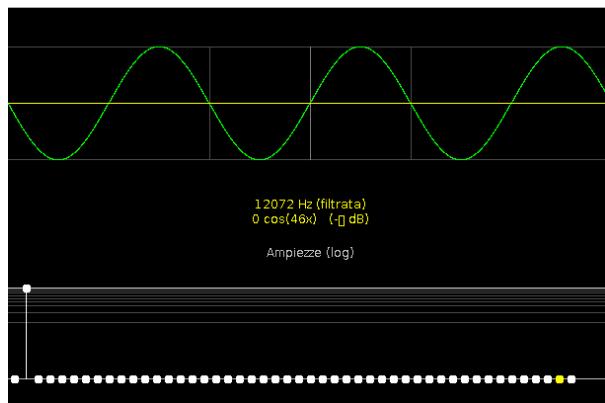
riflessione



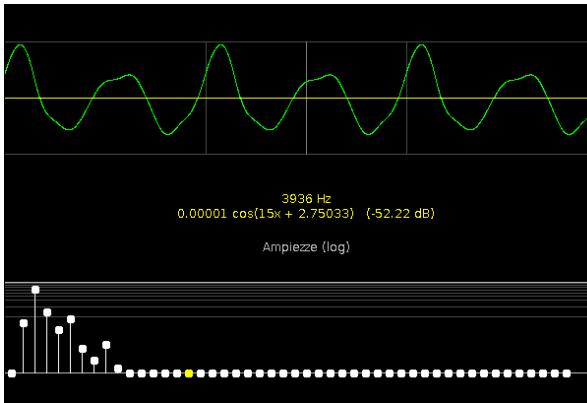
# Composizioni algoritmiche

Nella musica la frequenza di un brano e la durata possono essere variate per generare strutture con autosimilarità.

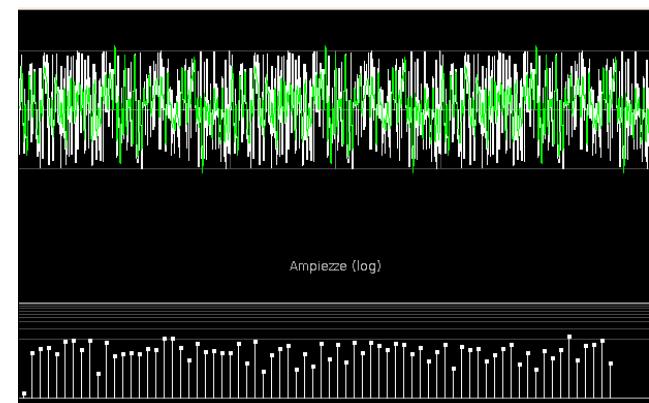
Algoritmi come quelli che generano strutture frattale creano forme musicali lontane dall'armonia (Xenakis) in cui ordine e caos si alternano o convivono. Possono avere struttura frattale l'altezza delle note, la durata oppure la intensità.



sinusoide



flauto



rumore bianco

Play Persephassa <https://www.youtube.com/watch?v=kTw8gxvTA20>

[https://fisicaondemusica.unimore.it/Applet\\_Fourier.html](https://fisicaondemusica.unimore.it/Applet_Fourier.html)

# Armonia delle sfere

I filosofi greci associarono il moto dei pianeti alla musica.

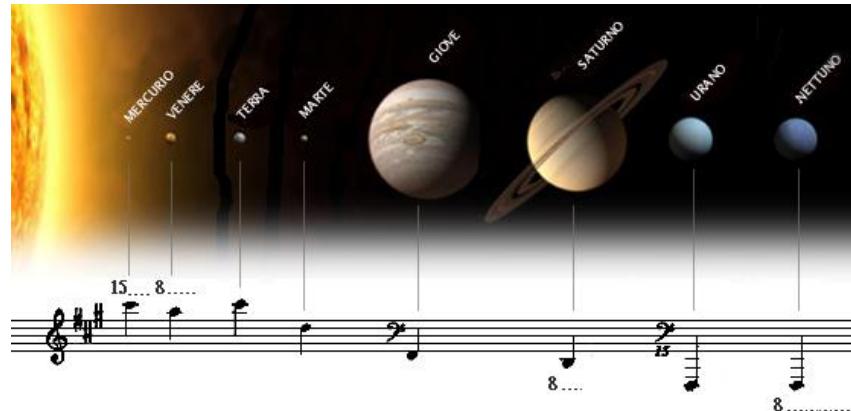
Keplero scoprì trovò relazione tra frequenza e raggi orbitali

$$v = \alpha/R^{3/2}$$

Raggi Mercurio 0.39 Venere 0.72, Terra 1, Marte 1.52 Giove 5.2, Saturno 9.54  
Urano 19.2 Nettuno 30.07  $v_{merc}/n_{nett} = (r_{nett}/r_{merc})^{3/2} = 698$  compreso tra  
 $2^9$  e  $2^{10}$  quasi 10 ottave

E' stata scritta una melodia Aba Mundi' è chi ha scritto una sorta di melodia

[https://www.pianopianoforte.com/piano\\_music/piano\\_music\\_italiano/alba\\_mundi.html](https://www.pianopianoforte.com/piano_music/piano_music_italiano/alba_mundi.html)



Play 432 Hz music - the sound of the planets - "Alba Mundi" - Giorgio Costantini

# Il Natale nella musica e nell'arte

Giuseppe Sfigliotti

**INVERNO**

# L'inverno

E' una stagione in cui la natura è ostile ma regala momenti di grande bellezza e ci rallegrava con il pattinaggio e la caccia come ci fa vedere **Bruegel** nel suo quadro **Cacciatori nella Neve**

Play <https://www.youtube.com/watch?v=xianpHmcFnQ>

3.0



# L'inverno

La musica di **Vivaldi** ci trasporta nell'atmosfera di questa stagione difficile ma piena di suggestioni. E' in **Inverno** che celebriamo la festa più importante dell'anno

Play <https://www.youtube.com/watch?v=P0Y Cf85-1s&t=99s>

8.3



L'inverno

quodlibetmusica.com

Antonio Vivaldi  
(1678 – 1741)

A musical score for 'L'inverno' by Antonio Vivaldi. It consists of two staves of music. The top staff is in G major and the bottom staff is in C major. The music is written in a Baroque style with various dynamics and articulations. The score is for a string quartet, with parts for Violin 1, Violin 2, Viola, and Cello.

ANNUNCIAZIONE  
e  
NATIVITA'

L'annunciazione di **Simone Martini** è una pala d'altare (1333) consevata agli Uffizi. Il tripudio dell'oro simboleggia la solennità del momento in cui l'arcangelo Gabriele è appena arrivato ed annuncia a Maria che partorirà il figlio di Dio.



Altra celebre annunciazione è quella del **Beato Angelico** (1430) e raffigura il dialogo tra l'arcangelo e la vergine Maria.



# Apparizione dell'angelo ai pastori. Scena notturna realizzata da Taddeo Gaddi (1338) della scuola di Giotto

[https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation\\_to\\_the\\_shepherds#/media/File:Gaddi\\_Taddeo\\_Announcement.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation_to_the_shepherds#/media/File:Gaddi_Taddeo_Announcement.jpg)



La **Natività** di **Giotto** nell cappella degli Scrovegni (1303) rappresenta il momento più altro del Cristianesimo in cui Dio si fa uomo. Maria ha appena partorito Gesù e lo pone nella mangiatoia . Gesù ha scelto di essere povero tra i poveri

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=8AtJEMNmSvk>

5.3



# Natività di Govert Flinck pittore olandese del (1639)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation\\_to\\_the\\_shepherds#/media/File:Govert\\_Flinck\\_-\\_Aankondiging\\_aan\\_de\\_herders.jpg](https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation_to_the_shepherds#/media/File:Govert_Flinck_-_Aankondiging_aan_de_herders.jpg)



# L'andata a Betlemme

Quadro di Brueghel il vecchio (1566) ci rappresenta il censimento

**Play**

<https://www.youtube.com/watch?v=m7O3H2ZGZ8Y>

5.3



# GLORIA

## ADORAZIONE dei PASTORI

# Gloria

Vivaldi in *Gloria in Excelsis* esprime il giubilo per la nascita di Cristo

Play <https://www.youtube.com/watch?v=yQOgql4Be10>

2.2



## I. Gloria in excelsis Deo.

### Gloria in D major, RV 589

### *Chorus (Vocal score)*

## Antonio Vivaldi

Allegro

piano

Alto

vocore

basso

# Madonna del Granduca Raffaello 1504

La nascita di Cristo viene celebrata nei 1.0 Canti Gregoriani  
di cui proponiamo due versioni. Primo Hodie Christus natus est  
**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=Lkoav0thwkg>

1.0

Secondo Puer natus est nobis

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=sp-fWQxbtq0>

2.3



L' **adorazione dei pastori** di Andrea Mantegna (1450) declina un tema ricorrente nella iconografia del natale.

**Play**

<https://www.youtube.com/watch?v=ZULKBoQ6-l8>

15.1



L' **adorazione dei pastori** del **Giorgione** (1505) si inserisce in uno spendido paesaggio come nel celebre dipinto **La tempesta**

[https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione\\_dei\\_pastori\\_Allendale#/media/File:Giorgione\\_-\\_Adoration\\_of\\_the\\_Shepherds\\_-\\_National\\_Gallery\\_of\\_Art.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_dei_pastori_Allendale#/media/File:Giorgione_-_Adoration_of_the_Shepherds_-_National_Gallery_of_Art.jpg)



Il **Ghirlandaio** (1485) ci offre una adorazione dei pastori con una ambientazione tipicamente rinascimentale

[https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione\\_dei\\_pastori\\_\(Ghirlandaio\)#/media/File:Cappella\\_Sassetti\\_Adoration\\_of\\_the\\_Shepherds.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_dei_pastori_(Ghirlandaio)#/media/File:Cappella_Sassetti_Adoration_of_the_Shepherds.jpg)



Il Beato Angelico (1440) ci presenta una **adorazione del bambino** essenziale e ieratica

[https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione\\_del\\_Bambino\\_%28Angelico%29#/media/File:Adorazione\\_del\\_Bambino\\_-\\_Beato\\_Angelico.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_del_Bambino_%28Angelico%29#/media/File:Adorazione_del_Bambino_-_Beato_Angelico.jpg)



In questa **natività** di Piero della Francesca (1470) in uno sfondo spoglio gli sguardi di Maria e degli angeli si concentrano sul bambino

[https://it.wikipedia.org/wiki/Nativit%C3%A0\\_\(Piero\\_della\\_Francesca\)#/media/File:Piero\\_della\\_Francesca\\_041.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Nativit%C3%A0_(Piero_della_Francesca)#/media/File:Piero_della_Francesca_041.jpg)



E SI E' FATTO UOMO

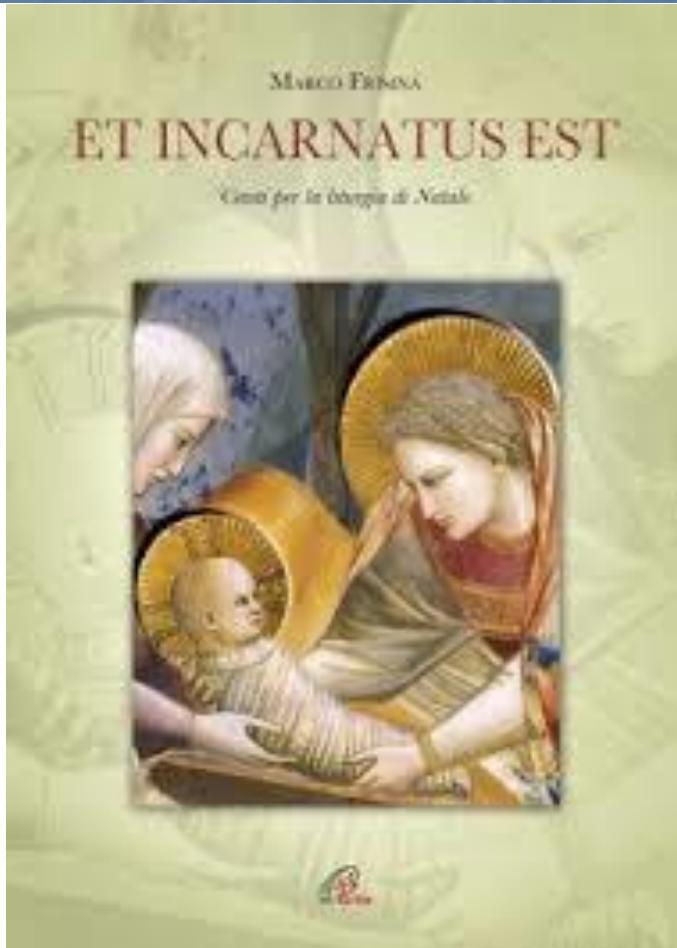
# Celebrazione in musica

Morazrt messa in do minore **Et incarnatus est**

**Play**

<https://www.youtube.com/watch?v=Q0QnIhx83QA>

8.5



**N°10. Et incarnatus est**

Missa in C für Soli, Chor, Orchester und Orgel  
KV 427 (417a)

Originalpartitur Messe c-moll KV 427  
vervollständigt von Alois Schmitt.

Wolfgang Amadeus Mozart (1782)

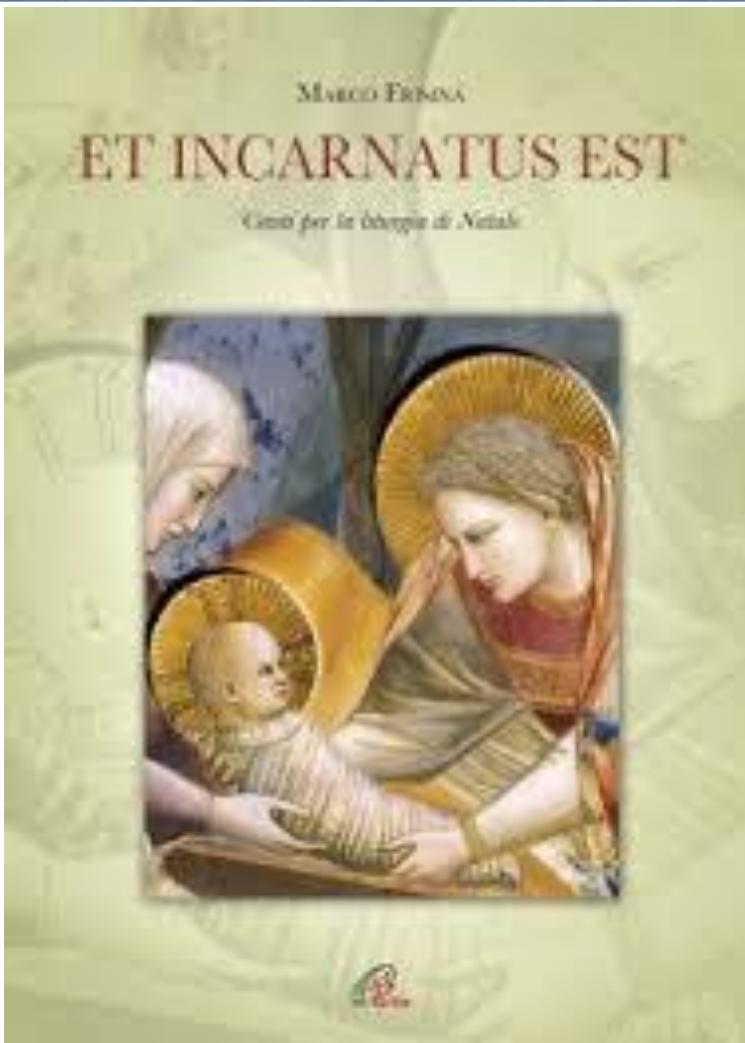
**Andante**

Flöte, Oboe  
Fagott-solo  
Steicher

# Franz Schubert Et incarnatus est messa in mibemolle maggiore

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=7egvzYadxrE>

4.4



Et incarnatus est

Andante.

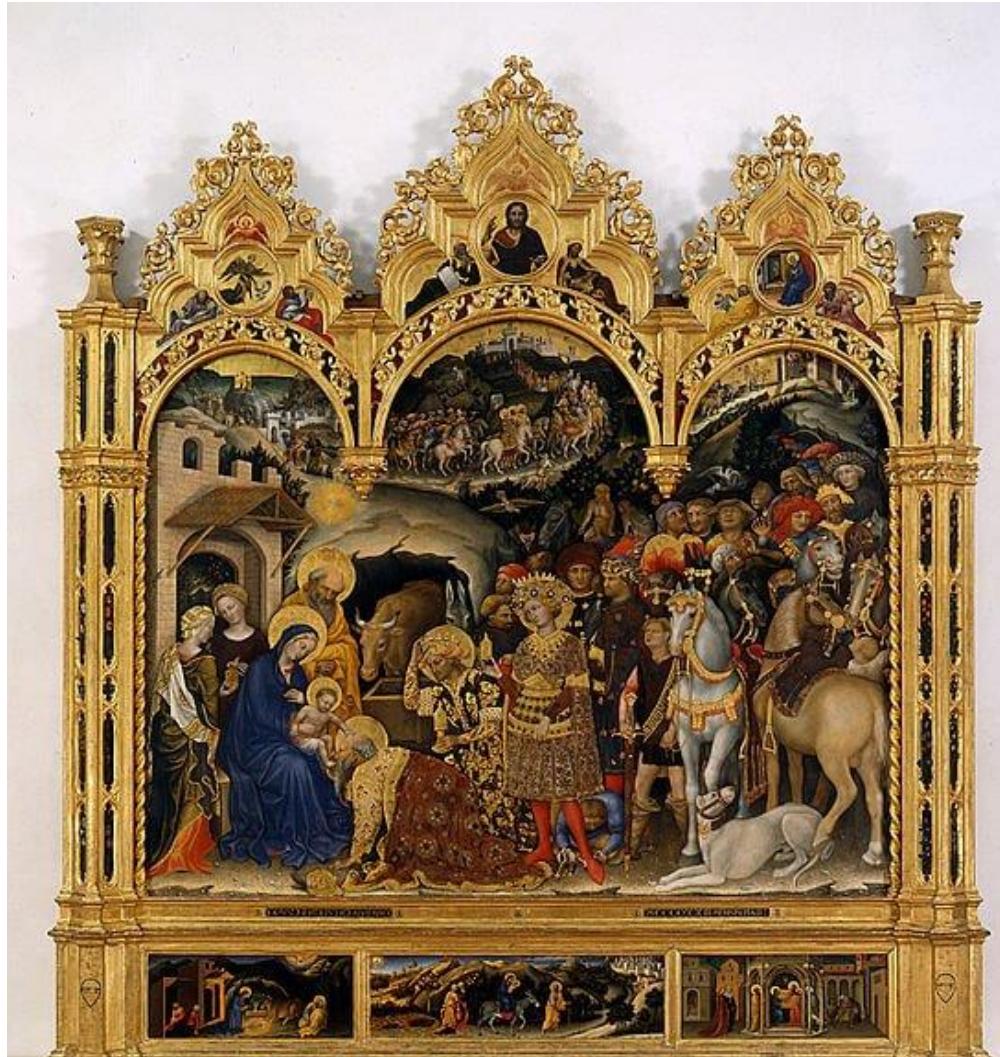
A musical score for 'Et incarnatus est' in G major, 3/4 time. The score consists of two staves: a treble clef staff and a bass clef staff. The music is written in a simple, melodic style with eighth and sixteenth note patterns. The key signature changes from G major to F major and back to G major.

# ADORAZIONE dei MAGI

Di Gentile da Fabriano la celebre adorazione dei Magi in questa preziosa pala d'altare (1423)

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=gTKMLCt9YYo>

10.3



L' **adorazione dei magi** (1485) è una delle celebrazioni più note del **Girolamo da Sant'Andrea** che si trova nell'Ospedale degli Innocenti Firenze

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=yVulBZUiMfl>

3.4



Cappella dei Magi di Benozzo Gozzoli (1459) parete est di Palazzo Medici a Firenze . Corteo con Lorenzo il Magnifico di

Play [https://www.youtube.com/watch?v=xqx\\_ilb\\_8kk](https://www.youtube.com/watch?v=xqx_ilb_8kk)

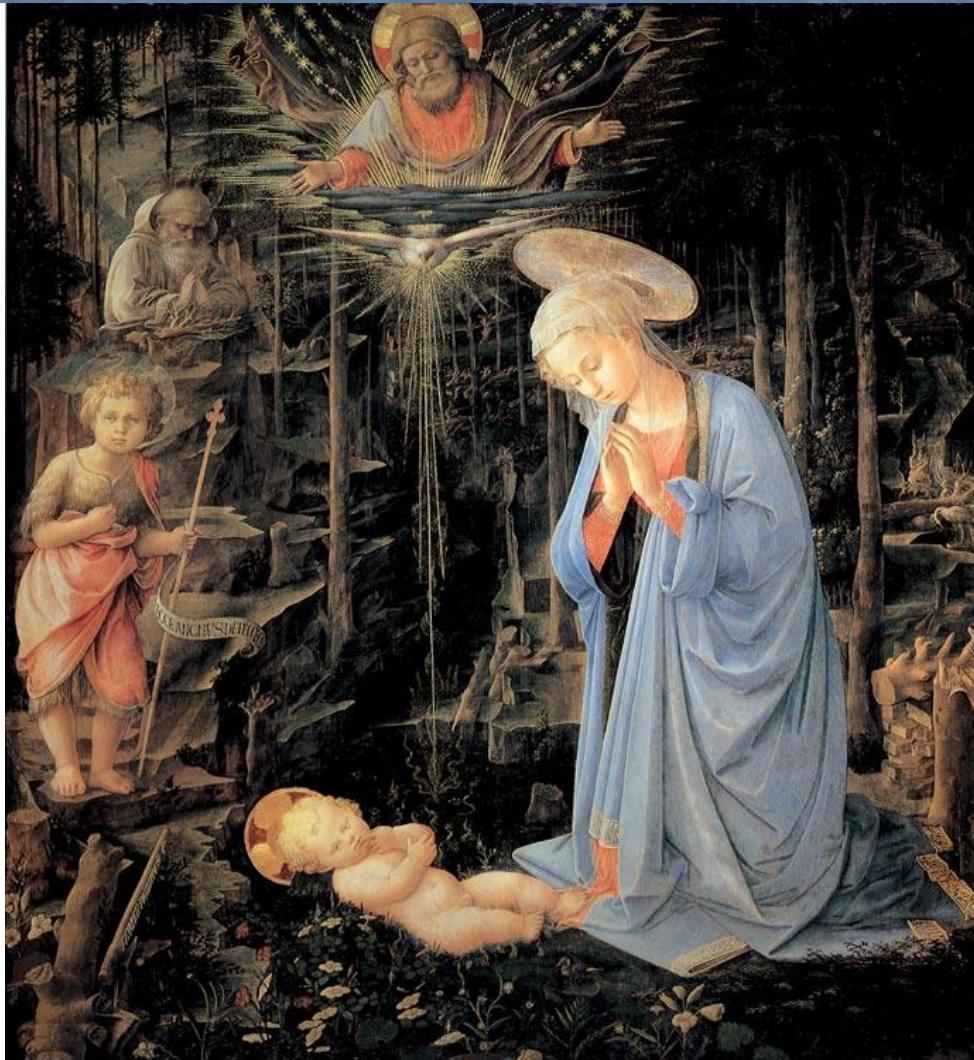
3.6



Di Filippo Lippi Adorazione del bambino (1460) in Palazzo Medici

**Play** <https://www.youtube.com/watch?v=PLrAirdks4I>

35.6



# CANTI NATALIZI

F. Wade Adeste Fideles (canto natalizio) 6.86

# Voce di Bocelli

Play <https://www.youtube.com/watch?v=okyzEnO7g3c>



# Stella cometa Giotto cappella degli Scrovegni

# CANTO NATALIZIO

## Cantique de Noël Adam



Recorded by MANNHEIM STEAMROLLER  
**CANTIQUE DE NOEL**  
 (O Holy Night)  
 B-TRUMPET 3

ADOLPHE ADAM  
 Arranged by CHIP DAVIS  
 Adapted by ROBERT LONGFIELD

The musical score for B-TRUMPET 3 consists of three staves of music. The first staff begins with a dynamic of  $\text{sf}$  and includes measure numbers 11, 2, 14, 3, 11, 16, 8, and 2. The second staff begins with a dynamic of  $\text{mf}$  and includes measure number 13. The third staff begins with a dynamic of  $\text{f}$  and includes measure number 13.

