



Aspettando il Natale

tra scienza e arte e musica



Giorgio Turchetti Giuseppe Sfligiotti

Giovedì 11 dicembre ore 18



Circolo la Fenice



L'Inverno

Antonio Vivaldi
(1678 - 1741)



Matematica e Fisica

intreccio con

MUSICA e ARTE

La fisica del suono

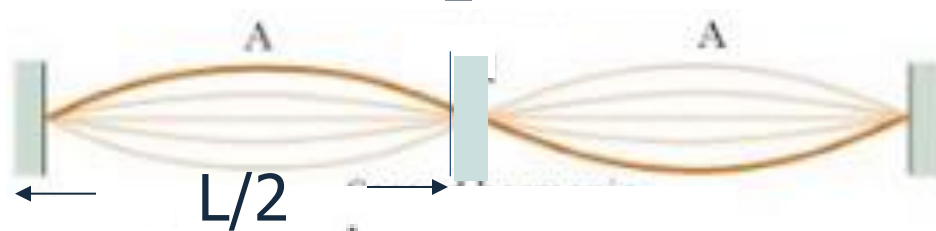
Il suono consiste in onde di densità che si propagano nell'aria. Una corda tesa lunga L produce una vibrazione che si propaga con velocità v e con una frequenza ν . Se F è la tensione del filo, ossia la forza con cui viene teso, ρ la sua densità si ha

$$\nu = v / \lambda \quad \lambda = 2L \quad v = \sqrt{F/\rho}$$

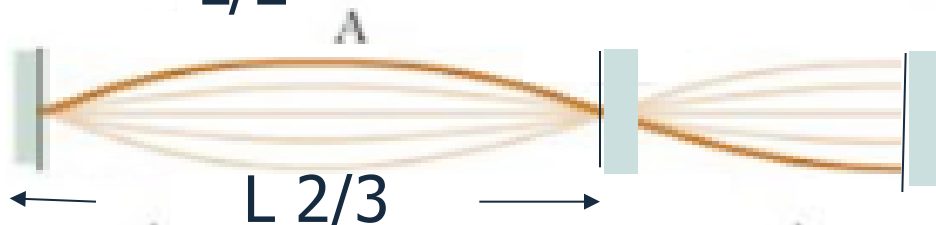
Più corta è la corda più acuto è il suono. La velocità cresce con la tensione e cala con la densità



$$\lambda = 2L \quad \nu = v / L \quad 1/2 \quad \text{do}$$



$$\lambda = L \quad \nu = v / L \quad \text{do}_2$$



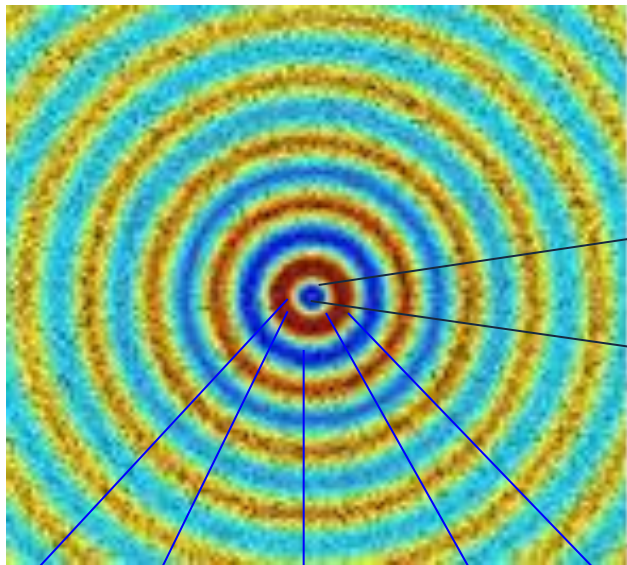
$$\lambda = \frac{4}{3} L \quad \nu = v / L \quad 3/4 \quad \text{sol}$$

Propagazione del suono

Un suono è definito da **frequenza ν** , **intensità A** , **durata** e **timbro**

Le onde sonore si propagano come le onde luminose. Se la frequenza è alta la lunghezza d'onda è piccola piccola e il suono si propaga come i raggi luminosi

onde sonore



Raggi sonori

onde sonore



sorgente sonora



Le frequenze armoniche

Una corda di una data lunghezza L fissa agli estremi vibra con una frequenza fondamentale $\nu_1 = v/(2L)$ ma può vibrare con frequenze multiple della fondamentale $\nu_2 = 2\nu$, $\nu_3 = 3\nu$,



Fondamentale $\nu_1 = v/2L$



Prima armonica $\nu_2 = 2 \nu_1 = v/L$



Terza armonica $\nu_3 = 3 \nu_1 = 3v/2L$

Vibrazioni sonore

Corrispondono a oscillazioni nello spazio e nel tempo. Indicando con $u(x,t)$ lo spostamento della corda ad una data posizione x e tempo che è fissata a due estremi $x=0$ e $x=L$ la rappresentazione matematica è data

$$u(x,t) = \sum_n A_n \sin(2\pi n x/\lambda) \sin(2\pi n vt)$$

$$\lambda = 2L \quad v = v/\lambda = v/(2L)$$

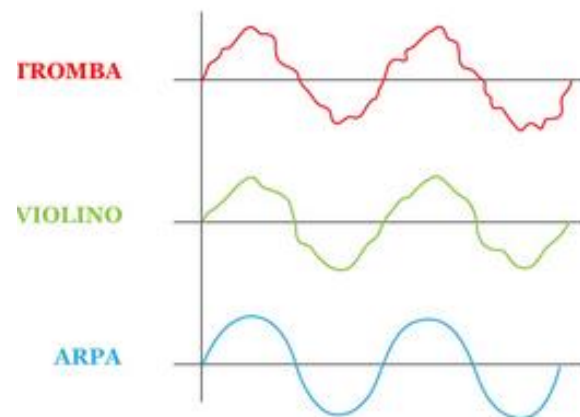
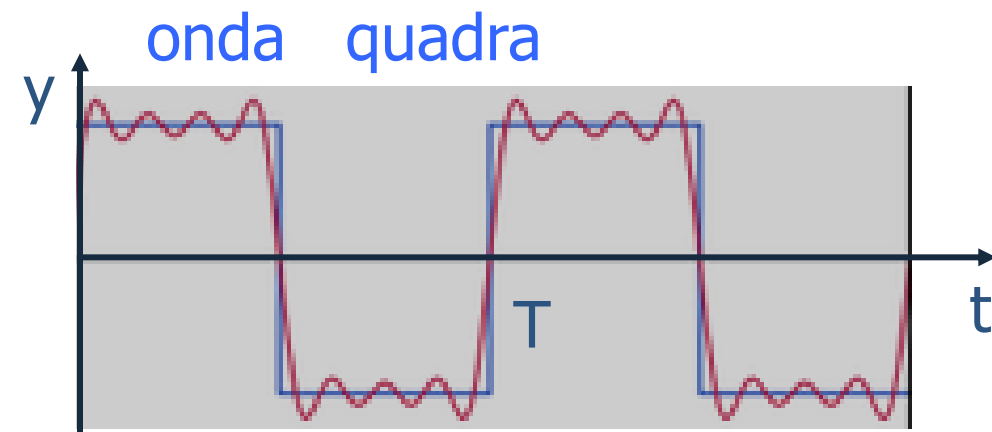
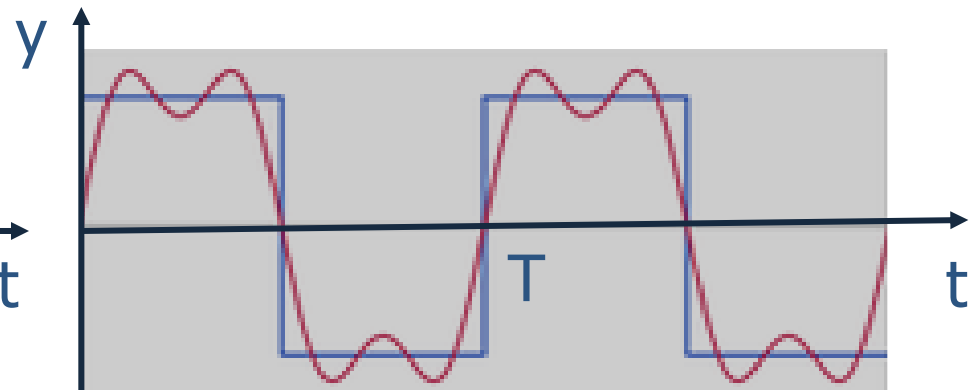
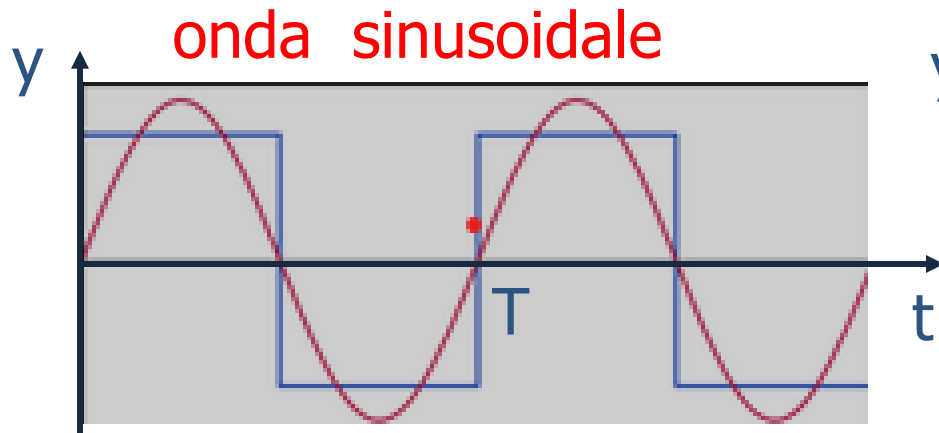
Se fissiamo x o se fissiamo t abbiamo identici andamenti nello spazio e nel tempo. Le armoniche ci consentono di avere un segnale periodico di forma arbitraria.

Le vibrazioni si propagano nell'aria giungendo al nostro orecchie che percepisce l'andamento temporale delle onde di pressione.

Ogni suono ha **durata finita** causato dai meccanismi di **dissipazione** della energia

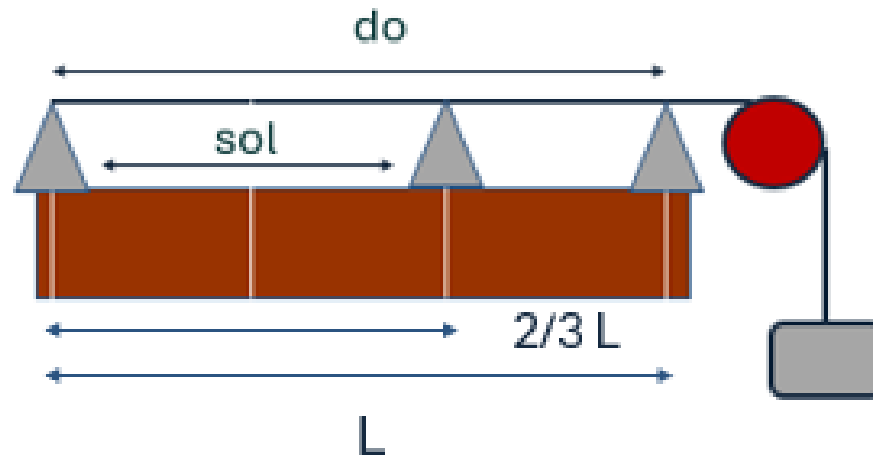
Forme d'onda e timbro

Una corda lunga L può vibrare con frequenze $\nu_n = n \nu_1$ multiple della fondamentale. In ogni punto le vibrazioni con le diverse frequenze si sovrappongono. In questo modo il profilo temporale ha forme diverse che danno il timbro. Ogni strumento ha il suo.



Scala pitagorica (VI a.C.)

Pitagora scoprì che l'acutezza (frequenza) di un suono è inversamente proporzionale alla lunghezza della corda. Riducendo a $2/3$ la lunghezza della corda otteneva due suoni armoniosi



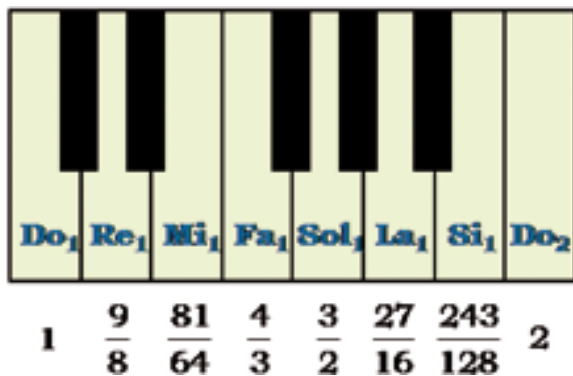
Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do ₂
v_1/v_1	v_2/v_1	v_3/v_1	v_4/v_1	v_5/v_1	v_6/v_1	v_7/v_1	v_8/v_1
1	9/8	81/64	4/3	3/2	27/16	243/128	2
1	$3^2/2^3$	$3^4/2^6$	$2^2/3$	3/2	$3^3/2^4$	$3^5/2^7$	2

Scala temperata o naturale (Zarlino XVI d.C.)

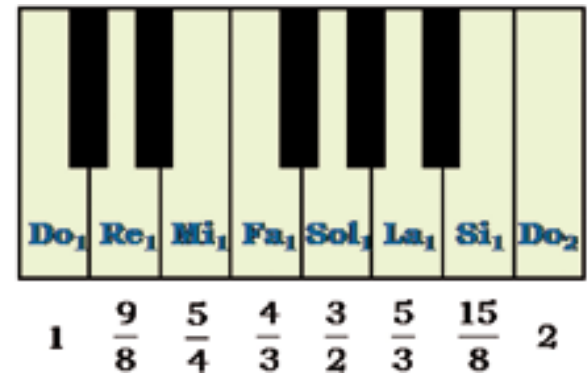
Nella scala di **Pitagora** alcune note hanno una frequenza rispetto al Do non espressa da rapporti semplici. **Zarlino** nel 1558 propose una scala naturale o temperata con rapporti semplici per Mi, La, Si.

Do	Re	Mi	Fa	Sol	La	Si	Do ₂
v_1/v_1	v_2/v_1	v_3/v_1	v_4/v_1	v_5/v_1	v_6/v_1	v_7/v_1	v_8/v_1
1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
1	1.125	1.25	1.3333	1.5	1.6666	1.875	2

Pitagora



Zarlino



Temperamento equabile (Aristosseno IV a.C. a.C. Bach XVIII d.C.)

Una ottava viene divisa in 12 parti con le frazioni $2^{k/12}$ con $k=1, \dots, 12$. Il rapporto delle frequenze delle note rispetto al **do** sono ottenute con $k=2, 4, 5, 7, 9, 11$. Per $k=12$ troviamo il secondo **do**₂

do	re	mi	fa	sol	la	si	do ₂
v_1/v_1	v_2/v_1	v_3/v_1	v_4/v_1	v_5/v_1	v_6/v_1	v_7/v_1	v_8/v_1
1	$2^{2/12}$	$2^{4/12}$	$2^{5/12}$	$2^{7/12}$	$2^{9/12}$	$2^{11/12}$	2
1	1,122462	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2



1 2^{2/12} 2^{4/12} 2^{5/12} 2^{7/12} 2^{9/12} 2^{11/12} 2

Confronto tra le tre scale

Nella tabella si riportano i valori delle frequenze delle note di una ottava rispetto Do do nelle varie scale

	do	re	mi	fa	sol	la	si	do ₂
k	1	2	3	4	5	6	7	8
v_k/v_1 equabile	1	1,122462	1,25992	1,33484	1,49831	1,68179	1,88775	2
v_k/v_1 Zarlino	1	1.125	1.25	1.33333	1.5	1.6666	1.875	2
v_k/v_1 Pitagora	1	1.125	1.2656	1.33333	1.5	1.6875	1.89844	2

Le frequenze delle varie note in una ottava nelle diverse scale differiscono per meno di 1%

Rapporto tra frequenze nelle tre scale

Il rapporto tra le frequenze corrispondenti alle 8 note di una ottava cambia leggermente tra a scala di Piatgora e quella naturale

	v_2/v_1	v_3/v_2	v_4/v_3	v_5/v_4	v_6/v_5	v_7/v_6	v_8/v_7
Pitagora	9/8	9/8	256/243	9/8	9/8	9/8	256/243
Zarlino	9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15
Scala equabile	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/12}$	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/6}$	$2^{1/12}$

Rapporti tra le frequenze di una nota e la precedente

Pitagora 2 $9/8 = 1.125$ $256/243 = 1.05435$

Naturale 3 $9/8 = 1.125$, $10/9 = 1.1111$, $16/15 = 1.06666$

Equabile 2 $2^{1/6} = 1.12246$ $2^{1/12} = 1.05946$

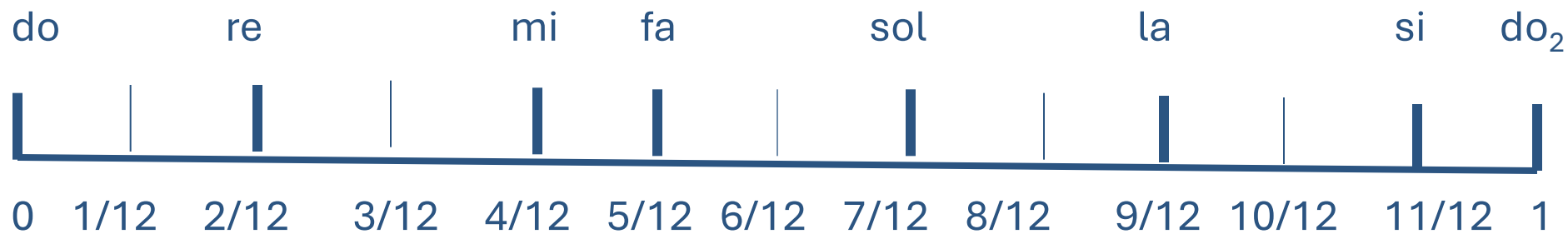
<https://www.nam-online.it/pages/le-sette-note-toni-e-semitoni>

Scala logaritmica

Si passa da una nota all'altra in una ottava moltiplicando per un numero vicino a 1 che aumenta di frequenza fino al raddoppio.

Le frequenze udibili vanno da 20 Hz a 20 000 Hz un fattore $1000 \sim 2^{10}$ che corrisponde a 10 ottave. In scala logaritmica si passa da una frequenza all'altra in una ottava sommando un $1/12$ o $1/6$ ($\log_2 2^{1/12} = 1/12$ $\log_2 2^{1/6} = 1/6$)

Un **pianoforte** standard ha **7 ottave**



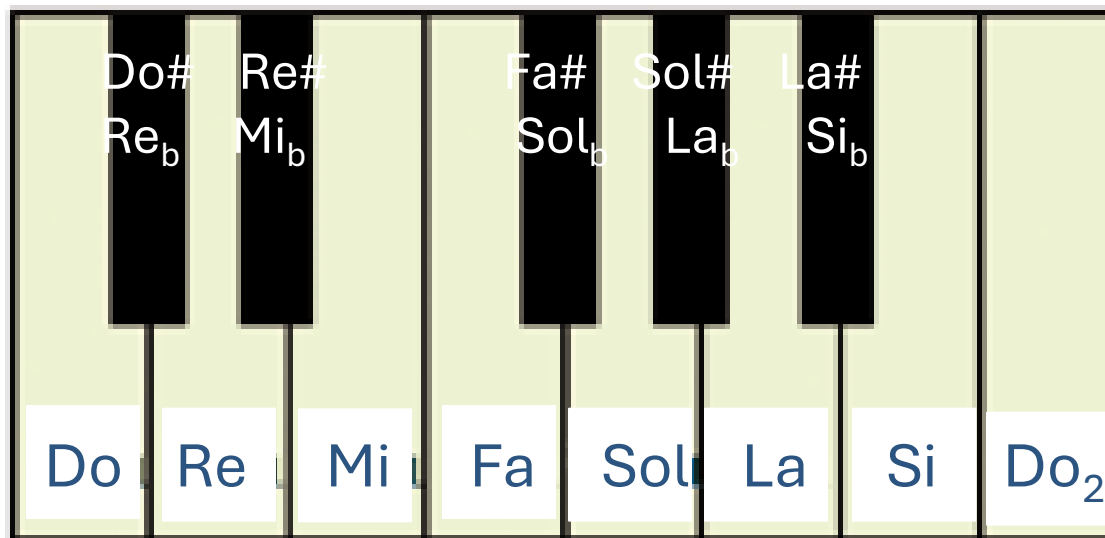
logaritmo in base 2 del rapporto tra la frequenza della note e quella di partenza il do. La spaziatura è $1/6$ tranne che per mi-fa e si-do₂

Semitoni e toni

Nella scala equabile salire o scendere di un semitono significa salire o scendere di $1/12$ in scala logaritmica della frequenza

Così il Si sale di un semitono rispetto al Do mentre il Do scende di un semitono rispetto al si. La salita di un semitono si indica con # (diesis) la discesa con b (bemolle). La salita di un tono con ## la discesa di un tono con bb. Infine #b e bb# non alterano la nota.

Due tasti consecutivi separati da un semitono: bianco-nero o nero-bianco. Mi-Fa e Si-Do₂ bianchi separati da un semitono



La simmetria

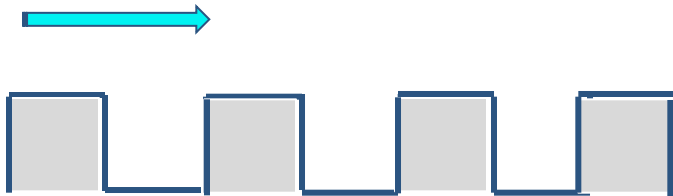
Il termine che risale ai greci è esprime proporzione ed armonia.

Definizione: un sistema è simmetrico rispetto ad una data trasformazione continua o discreta se dopo averla applicata risulta indistinguibile.

Traslazione

Rotazione

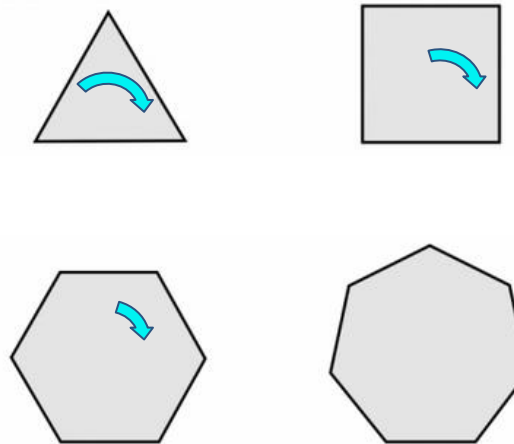
discreta



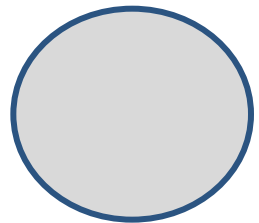
continua



discreta



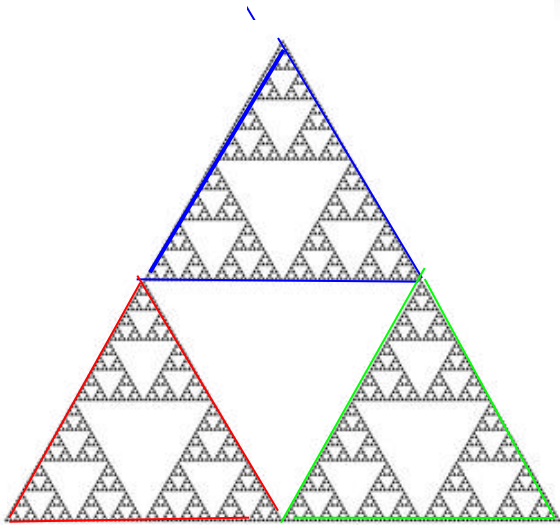
continua



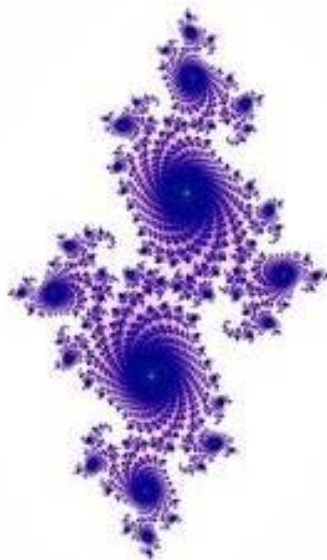
Simmetrie di scala

La invarianza di scala conduce a strutture geometriche complesse di dimensione non intera note anche come frattali.

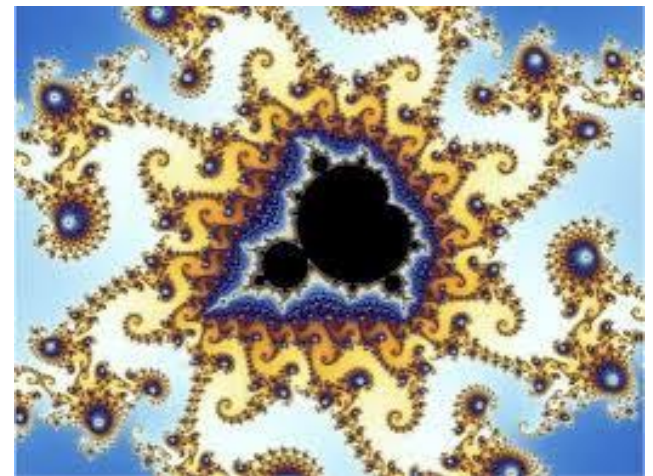
Semplici algoritmi iterativi consentono di generare insiemi tali che ingrandendo una porzione si riottiene l'insieme intero



Sierpinsky set



Julia set



Mandelbrot set

Simmetrie in fisica



Alle simmetrie continue corrispondono
leggi di conservazione **Emily Noether**

1) Traslazione lungo un asse \longrightarrow conservazione velocità sull'asse

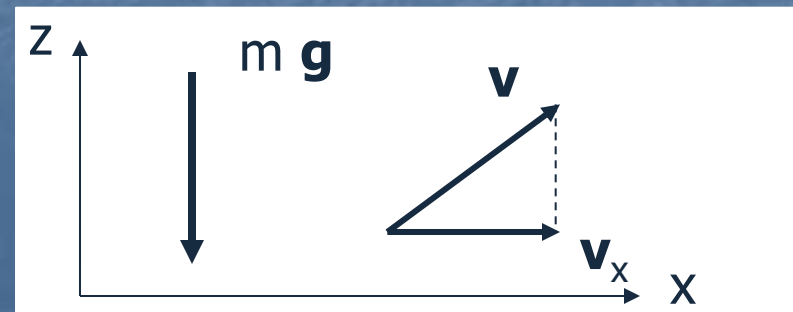
Forza peso sulla terra verticale, potenziale dipende dall'altezza $V(z)$
invarianza per traslazione orizzontale $x \rightarrow x + \alpha \longrightarrow v_x$ costante

2) Invarianza per rotazione \longrightarrow conservazione momento angolare

Forza gravità del sole potenziale $V = -G m / r$ invariante per rotazione
 \longrightarrow orbite piane

3) Se il potenziale è invariante per traslazione nel **tempo** \longrightarrow
l'energia del sistema rimane costante

Da 2 e 3 + altra simmetria per $V = -\alpha/r$
seguono leggi di Keplero



Simmetrie nell'arte e nella musica

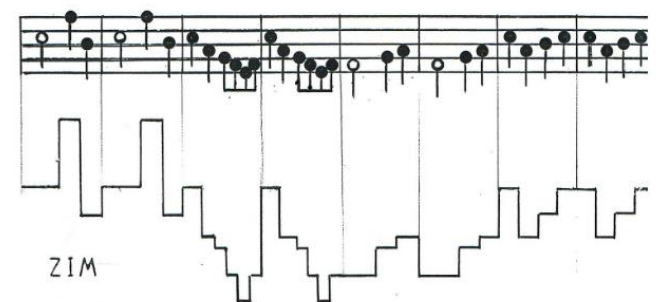
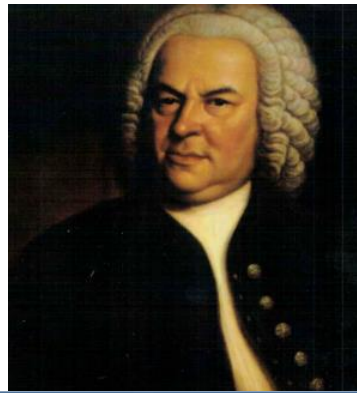
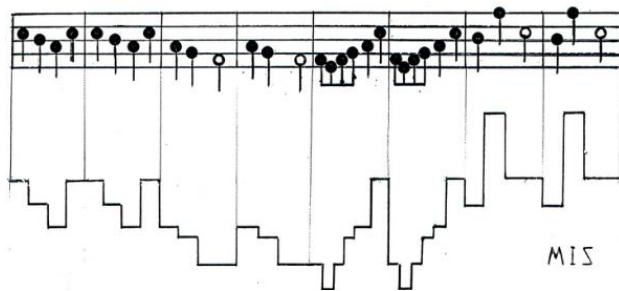
Le simmetrie giocano un ruolo importante non solo nella fisica, ma anche nella architettura e nella musica.

Tipiche simmetrie sono quelle per traslazione e rotazione continue o discrete.

rotazioni discrete



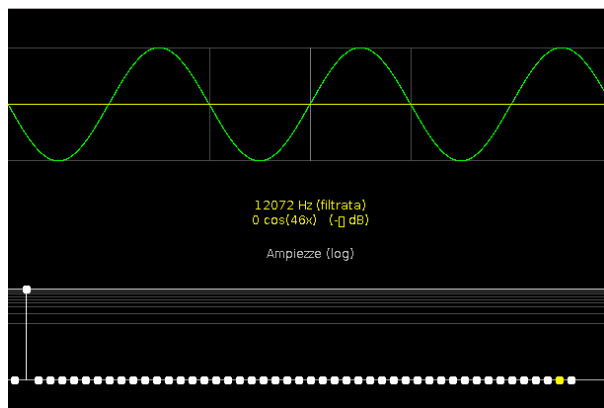
riflessione



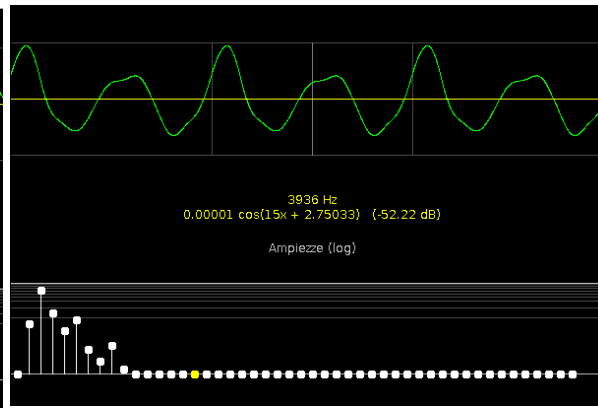
Composizioni algoritmiche

Nella musica la frequenza di un brano e la durata possono essere variate per generare strutture con autosimilarità.

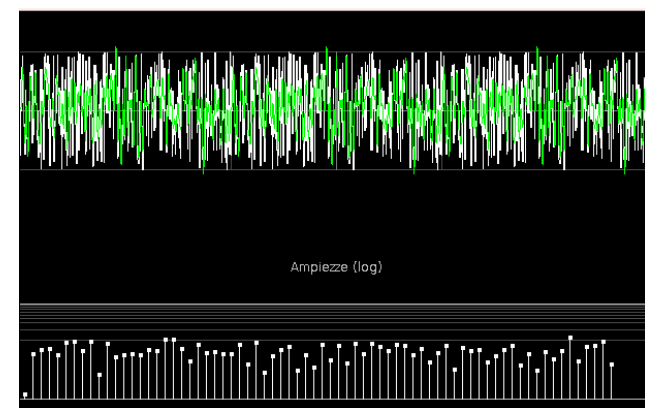
Algoritmi come quelli che generano strutture frattale creano forme musicali lontane dall'armonia (Xenakis) in cui ordine e caos si alternano o convivono. Possono avere struttura frattale l'altezza delle note, la durata oppure la intensità.



sinusoide



flauto



rumore bianco

Play Persephassa <https://www.youtube.com/watch?v=kTw8gxvTA20>

https://fisicaondemusica.unimore.it/Applet_Fourier.html

Armonia delle sfere

I filosofi greci associarono il moto dei pianeti alla musica.

Keplero scoprì trovò relazione tra frequenza e raggi orbitali

$$v = \alpha/R^{3/2}$$

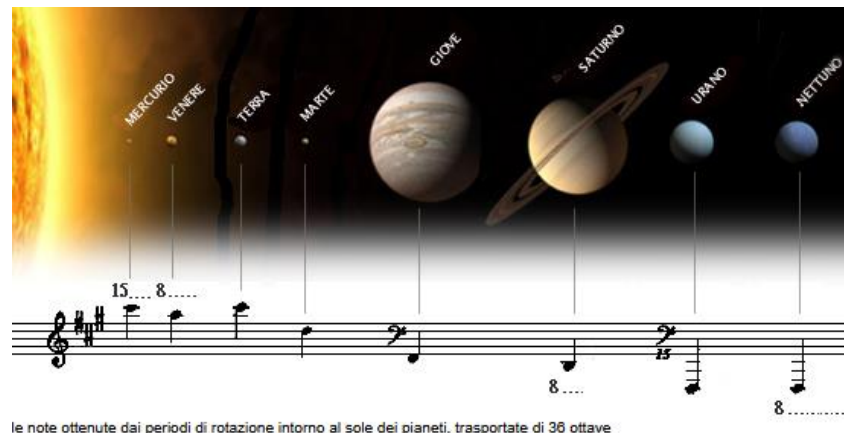
Raggi Mercurio 0.39 Venere 0.72, Terra 1, Marte 1.52 Giove 5.2, Saturno 9.54

Urano 19.2 Nettuno 30.07 $v_{\text{merc}}/n_{\text{nett}} = (r_{\text{nett}}/r_{\text{mer}})^{3/2} = 698$ compreso tra

2^9 e 2^{10} quasi 10 ottave

E' sta scritta una melodia 'Aba Mundi' è chi ha scritto una sorta di melodia

https://www.pianopianoforte.com/piano_music/piano_music_italiano/alba_mundi.html



Play 432 Hz music - the sound of the planets - "Alba Mundi" - Giorgio Costantini

Il Natale nella musica e nell'arte

Giuseppe Sfligiotti

INVERNO

L'inverno

E' una stagione in cui la natura è ostile ma regala momenti di grande bellezza e ci rallegrava con il pattinaggio e la caccia come ci fa vedere Bruegel nel suo quadro *Cacciatori nella Neve*

Play <https://www.youtube.com/watch?v=xianpHmcFnQ>

3.0



L'inverno

La musica di **Vivaldi** ci trasporta nell'atmosfera di questa stagione difficile ma piena di suggestioni. E' in **Inverno** che celebriamo la festa più importante dell'anno

Play <https://www.youtube.com/watch?v=P0YCf85-1s&t=99s>

8.3



L'inverno

Antonio Vivaldi
(1678 - 1741)

queodimusic.com

Larghetto 4 - m

F C C# F

C Des Gm C Am Bb G

The image shows the beginning of a musical score for 'L'inverno' by Antonio Vivaldi. It features two staves. The top staff is in treble clef with a key signature of one flat (B-flat) and a time signature of 4/4. The bottom staff is in bass clef with the same key signature and time signature. The tempo/mood is marked 'Larghetto 4 - m'. The first few measures are shown, with notes and rests clearly visible. Chord symbols like F, C, C#, and G are written above the top staff, and C, Des, Gm, C, Am, Bb, and G are written below the bottom staff.

ANNUNCIAZIONE e NATIVITA'

L'annunciazione di **Simone Martini** è una pala d'altare (1333) conservata agli Uffizi. Il tripudio dell'oro simboleggia la solennità del momento in cui l'arcangelo Gabriele è appena arrivato ed annuncia a Maria che partorerà il figlio di Dio.



Altra celebre annunciazione è quella del **Beato Angelico** (1430) e raffigura il dialogo tra l'arcangelo e la vergine Maria.



Apparizione dell'angelo ai pastori. Scena notturna realizzata da Taddeo Gaddi (1338) della scuola di Giotto

https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation_to_the_shepherds#/media/File:Gaddi_Taddeo_Announcement.jpg



La **Natività** di **Giotto** nell cappella degli Scrovegni (1303)
rappresenta il momento più alto del Cristianesimo in cui Dio si fa
uomo. Maria ha appena partorito Gesù e lo pone nella mangiatoia .
Gesù ha scelto di essere povero tra i poveri

Play <https://www.youtube.com/watch?v=8AtJEMNmSvk>

5.3



Natività di **Govert Flinck** pittore olandese del (1639)

https://en.wikipedia.org/wiki/Annunciation_to_the_shepherds#/media/File:Govert_Flinck_-_Aankondiging_aan_de_herders.jpg



L'andata a Betlemme

Quadro di Brueghel il vecchio (1566) ci rappresenta il censimento

Play

<https://www.youtube.com/watch?v=m7O3H2ZGZ8Y>

5.3



GLORIA

ADORAZIONE dei PASTORI

Gloria

Vivaldi in *Gloria in Excelsis* esprime il giubilo per la nascita di Cristo

Play <https://www.youtube.com/watch?v=yQOggL4Be10>

2.2



Madonna del Granduca
Raffaello 1504



I. Gloria in excelsis Deo.

Gloria in D major, RV 589

Chorus (Vocal score)

Antonio Vivaldi

Allegro

Voice Part	Staff 1	Staff 2	Staff 3	Staff 4
Soprano				
Alto				
Tenore				
Basso				

Below the vocal staves is a single staff of music, likely for the basso continuo or a keyboard instrument, showing a continuous melodic line.

La nascita di Cristo viene celebrata nei 1.0 Canti Gregoriani
di cui proponiamo due versioni. Primo **Hodie Christus natus est**
Play <https://www.youtube.com/watch?v=Lkoav0thwkg>

1.0

Secondo **Puer natus est nobis**

Play <https://www.youtube.com/watch?v=sp-fWQxbtq0>

2.3



L'adorazione dei pastori di **Andrea Mantegna** (1450) declina un tema ricorrente nella iconografia del natale.

Play <https://www.youtube.com/watch?v=ZULKBoQ6-l8>

15.1



L'adorazione dei pastori del Giorgione (1505) si inserisce in uno splendido paesaggio come nel celebre dipinto *La tempesta*

https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_dei_pastori_Allendale#/media/File:Giorgione_-_Adoration_of_the_Shepherds_-_National_Gallery_of_Art.jpg



Il **Ghirlandaio** (1485) ci offre una adorazione dei pastori con una ambientazione tipicamente rinascimentale

[https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_dei_pastori_\(Ghirlandaio\)#/media/File:Cappella_Sassetti_Adoration_of_the_Shepherds.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_dei_pastori_(Ghirlandaio)#/media/File:Cappella_Sassetti_Adoration_of_the_Shepherds.jpg)



Il Beato Angelico (1440) ci presenta una adorazione del bambino essenziale e ieratica

https://it.wikipedia.org/wiki/Adorazione_del_Bambino_%28Angelico%29#/media/File:Adorazione_del_Bambino_-_Beato_Angelico.jpg



In questa **natività** di **Piero della Francesca** (1470) in uno sfondo spoglio gli sguardi di Maria e degli angeli si concentrano sul bambino

[https://it.wikipedia.org/wiki/Nativit%C3%A0_\(Piero_della_Francesca\)#/media/File:Piero_della_Francesca_041.jpg](https://it.wikipedia.org/wiki/Nativit%C3%A0_(Piero_della_Francesca)#/media/File:Piero_della_Francesca_041.jpg)



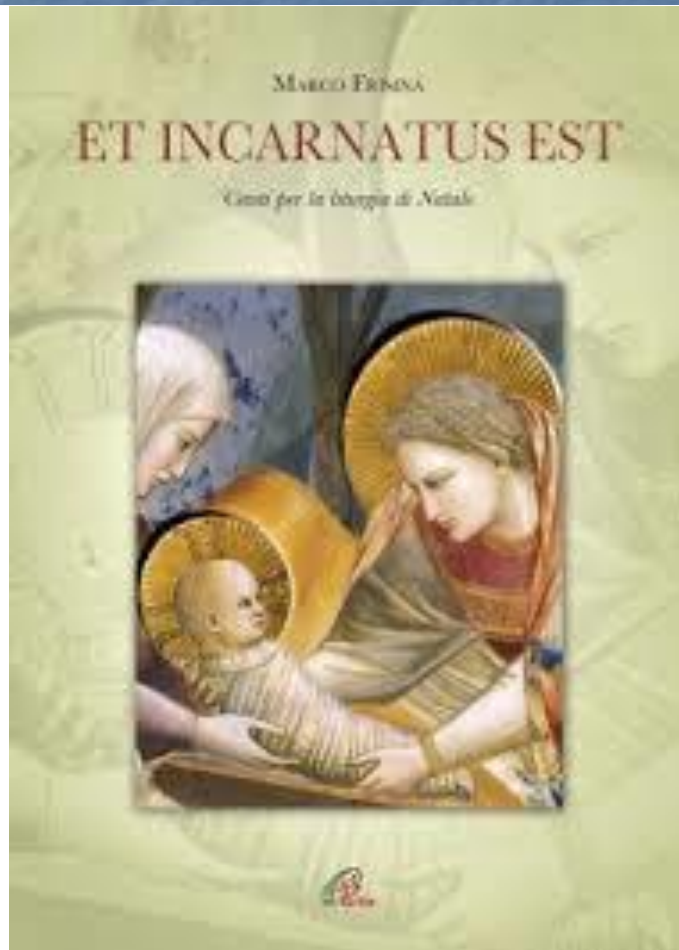
E SI E' FATTO UOMO

Celebrazione in musica

Morazrt messa in do minore Et incarnatuts est

Play <https://www.youtube.com/watch?v=Q0QnIhx83QA>

8.5



N°10. Et incarnatus est

Missa in C für Soli, Chor, Orchester und Orgel
KV 427 (417a)

Originalpartitur Messe c-moll KV 427
vervollständigt von Alois Schmitt.

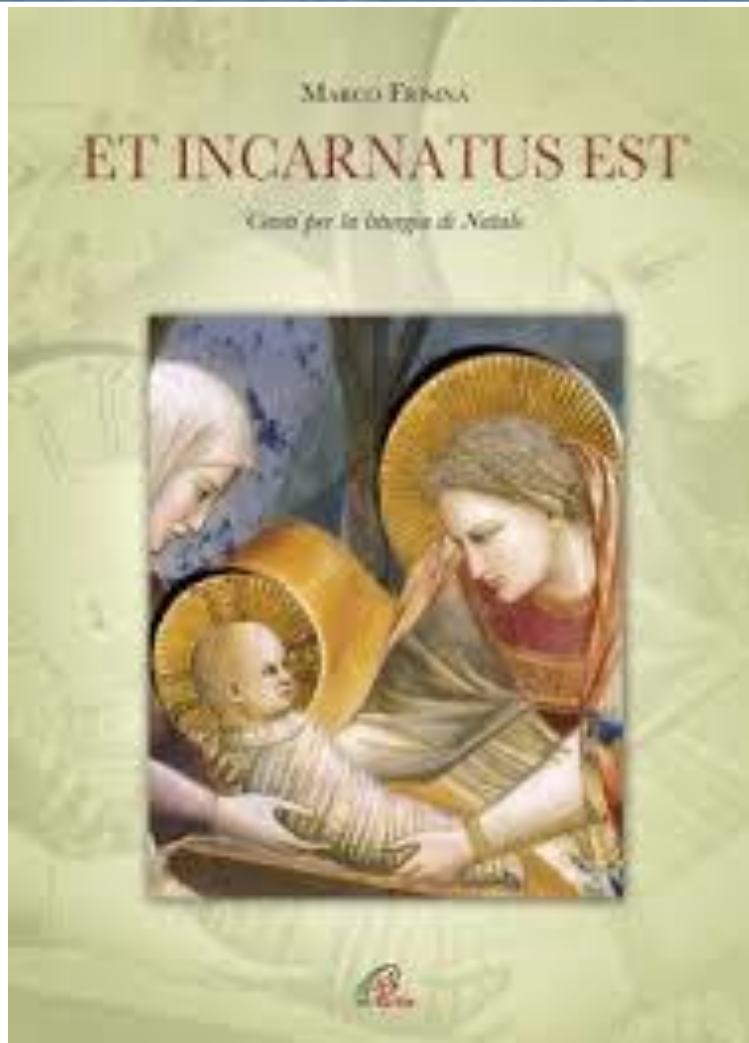
Wolfgang Amadeus Mozart (1782)



Franz Schubert Et incarnatus est messa in mibemolle maggiore

Play <https://www.youtube.com/watch?v=7egvzYadxrE>

4.4



Et incarnatus est



ADORAZIONE dei MAGI

Di Gentile da Fabriano la celebre adorazione dei Magi in questa preziosa pala d'altare (1423)

Play <https://www.youtube.com/watch?v=gTKMLCt9YYo>

10.3



L'adorazione dei magi (1485) è una delle celebrazioni più note del Girlandaio che si trova nell'Ospedale degli Innocenti Firenze

Play

<https://www.youtube.com/watch?v=yVulBZUiMfl>

3.4



Cappella dei Magi di Benozzo Gozzoli (1459) parete est di Palazzo Medici a Firenze . Corteo con Lorenzo il Magnifico di

Play https://www.youtube.com/watch?v=xqx_ilb_8kk

3.6



Di Filippo Lippi Adorazione del bambino (1460) in Palazzo Medici

Play [_https://www.youtube.com/watch?v=PLrAirdks4I](https://www.youtube.com/watch?v=PLrAirdks4I)

35.6



CANTI NATALIZI

F. Wade Adeste Fideles (canto natalizio) 6.86

Voce di Bocelli

Play <https://www.youtube.com/watch?v=okyzenO7g3c>



CHURCH MUSIC SOCIETY PUBLICATIONS NO. 150
Hymn, General Edition: Richard Ligon

Adeste fideles

Andante grazioso
Solo

SOLO (Soprano)

ORGAN

Stella cometa **Giotto** cappella degli Scrovegni

CANTO NATALIZIO

Cantique de Noël Adam

Play <https://www.youtube.com/watch?v=-veyy8LpAoE>



Recorded by MANHIM STEAMROLLER
CANTIQUE DE NOEL
(O Holy Night) ADOLPHE ADAM
Arranged by CHIEF DAVEY
Adapted by ROBERT LONGFIELD

B♭ TRUMPET 3

Slurs, repeat 11 2 14 A little faster 17 11 20 8 21 22

Illustrazioni Cristina Deboni



Tantissimi Auguri
di
Buon Natale
e Felice
Anno Nuovo
2025

esplorandocartoline.blogspot.com
CDB Cartoline per tutti i gusti - 2024 ©

